

Grundwissen Mathematik: 5. Klasse – Multiplikation/Division natürlicher und ganzer Zahlen

Nachdem du im letzten Kapitel bereits das Addieren und Subtrahieren ganzer Zahlen und die dazugehörigen Rechengesetze kennengelernt hast, geht es nun um die Multiplikation und Division ganzer Zahlen.

Multiplikation

Beispiel: $572 \cdot 386$

$$\begin{array}{r} 572 \\ \cdot 386 \\ \hline 3432 \\ 4576 \\ \hline 220792 \end{array}$$

1. Rechne die **erste Ziffer** des 2. Faktors (rechts) mal den **1. Faktor** (links) und schreibe **das Ergebnis** wie im Beispiel unter den 1. Faktor
2. Wiederhole nun denselben Schritt mit der nächsten Ziffer des 2. Faktors und schreibe das Ergebnis um eine Stelle versetzt darunter
3. Wiederhole den letzten Schritt mit jeder Ziffer des zweiten Faktors
4. Addiere am Ende die Zahlen zusammen

Division

Beispiel: $1984 \div 32 = 62$

$$\begin{array}{r} \overline{)1984} \\ \underline{-192} \\ 64 \\ \underline{-64} \\ 0 \end{array}$$

1. Finde heraus, wie viele Ziffern des **Dividenden** (links) du brauchst, damit sie größer als der **Divisor** (rechts) ist:
 $1 < 32 \rightarrow 19 < 32 \rightarrow 198 > 32$
2. Versuche nun durch Multiplizieren des **Divisors** herauszufinden, wie oft sie in den Dividenden hineinpasst und schreibe dein **Ergebnis** (6) rechts auf
3. „Rückwärtsrechnen“: Rechne dein **Ergebnis** (6) mal den **Divisor** (32) und schreibe dein **neues Ergebnis** (192) wie im Beispiel unter den **Dividenden**
4. Subtrahiere die **untere Zahl** vom Teil des **Dividenden** unter dem Bogen und schreibe dein Ergebnis erneut darunter
5. Ziehe nun die nächste Ziffer des Dividenden runter und wiederhole die vorangegangenen Schritte, bis du keine Zahl mehr herunterziehen kannst

Sonderfall: $13820 \div 307 = 45 R 5$

$$\begin{array}{r} 13820 \\ \underline{-1228} \\ 1540 \\ \underline{-1535} \\ 5 \end{array}$$

Wenn alle Ziffern des Dividenden nach unten gezogen wurden und ein Rest übrigbleibt, schreibst du diesen einfach als „Rest“ wie im Beispiel dazu.

Grundwissen Mathematik: 5. Klasse – Multiplikation/Division natürlicher und ganzer Zahlen

Multiplikation und Division ganzer Zahlen

Bei der Multiplikation/Division mit ganzen Zahlen kann es vorkommen, dass die Zahlen verschiedene Vorzeichen (Plus/Minus) besitzen. Hier findet folgende Vorzeichenregeln ihre Anwendung:

„Multipliziert/Dividiert man zwei Zahlen mit gleichen Vorzeichen, ist das Ergebnis positiv, bei unterschiedlichen Vorzeichen ist das Ergebnis negativ“.

Beispiel: $(+5) \cdot (+2) = +10$ $(+5) \cdot (-2) = -10$
 $(-5) \cdot (-2) = +10$ $(-5) \cdot (+2) = -10$

Potenzen

Beispiel: $4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 16 \cdot 4 = 64$

Potenzen bestehen aus einer **Basis** und einem **Exponenten**. Der Exponent gibt an, wie oft die Basis mit sich selbst multipliziert wird. In unserem Beispiel wird also die Basis 4 dreimal mit sich selbst multipliziert.

Fachbegriffe

	Summe	Differenz	Produkt	Quotient	Potenz
Term	$a + b$	$a - b$	$a \cdot b$	$a : b$	a^b
a	1. Summand	Minuend	1. Faktor	Dividend	Basis
b	2. Summand	Subtrahend	1. Faktor	Divisor	Exponent

Grundwissen Mathematik: 5. Klasse – Multiplikation/Division natürlicher und ganzer Zahlen

Reihenfolge zur Berechnung eines Terms

1. Klammern berechnen (bei mehreren Klammern die innere zuerst)
2. Potenzen berechnen
3. Multiplizieren/Dividieren
4. Addieren/Subtrahieren

Beispiel:

$$\begin{aligned}2 \cdot (4 - 1)^2 - 4 \\&= 2 \cdot 3^2 - 4 \\&= 2 \cdot 9 - 4 \\&= 18 - 4 \\&= 14\end{aligned}$$

Besonderheiten

Teilt man die Null durch eine beliebige Zahl, kommt dasselbe dabei raus, wie wenn man eine Zahl mit 0 multipliziert – nämlich 0. Wichtig zu wissen ist allerdings, dass man niemals durch die 0 teilen darf! Die 0 als Divisor ist verboten!

$$0 : 2 = 0$$

$$2 \cdot 0 = 0$$

Achtung: $2 : 0$



Primzahlen

Primzahlen sind in der Mathematik ganz besondere Zahlen, sie lassen sich nämlich durch keine andere ganze Zahl teilen, als sich selbst und der 1.

Die Primzahlen bis 50 lauten: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47.

Primfaktorzerlegung

Jede ganze Zahl lässt sich als Produkt von **Primzahlen** darstellen. Das Verfahren nennt man **Primfaktorzerlegung**.

Beispiele:

$$60 = 2 \cdot 30 = 2 \cdot 2 \cdot 15 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$56 = 2 \cdot 28 = 2 \cdot 2 \cdot 14 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7 = 2^3 \cdot 7$$

Bei der Primfaktorzerlegung gibt es keine bestimmte Reihenfolge, die einfachste Vorgehensweise ist zu versuchen, so kleine Primfaktoren wie möglich zu finden, d.h. man versucht erst die 2 herauszuziehen, dann die 3 etc.

Grundwissen Mathematik: 5. Klasse – Multiplikation/Division natürlicher und ganzer Zahlen

Quadratzahlen

Quadratzahlen sind Zahlen, die durch Quadrieren einer ganzen Zahl, also die Multiplikation mit sich selbst, entstehen.

Beispiel: $2^2 = 2 \cdot 2 = 4$

Die Quadrate der Zahlen von 1 bis 25 lauten:

$1^2 = 1$	$6^2 = 36$	$11^2 = 121$	$16^2 = 256$	$21^2 = 441$
$2^2 = 4$	$7^2 = 49$	$12^2 = 144$	$17^2 = 289$	$22^2 = 484$
$3^2 = 9$	$8^2 = 64$	$13^2 = 169$	$18^2 = 324$	$23^2 = 529$
$4^2 = 16$	$9^2 = 81$	$14^2 = 196$	$19^2 = 361$	$24^2 = 576$
$5^2 = 25$	$10^2 = 100$	$15^2 = 225$	$20^2 = 400$	$25^2 = 625$

Rechengesetze der Multiplikation

Kommutativgesetz: $a \cdot b = b \cdot a$ $3 \cdot 4 = 4 \cdot 3 = 12$

Assoziativgesetz: $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c = a \cdot b \cdot c$ $6 \cdot (3 \cdot 2) = (6 \cdot 3) \cdot 2 = 6 \cdot 3 \cdot 2 = 36$

Distributivgesetz: $a \cdot c + b \cdot c = (a + b) \cdot c$ $94 \cdot 2 + 6 \cdot 2 = (94 + 6) \cdot 2 = 200$

Multiplikation mit Stufenzahlen

Multipliziert man mit einer **Stufenzahl**, kann diese zuerst in zwei Teile aufteilen. Anschließend verrechnet man wie im Beispiel die Zahlen miteinander und hängt danach die Nullen einfach an. Beginnt die Stufenzahl mit einer 1, muss man lediglich die Nullen anhängen.

Beispiel: $243 \cdot 2000 = 243 \cdot 2 \cdot 1000 = 486 \cdot 1000 = 486000$

„Ausgleichen“

Beim **Ausgleichen** geht es darum, eine Multiplikation zu vereinfachen, indem man den einen Faktor verdoppelt, und den anderen halbiert.

Beispiele: $44 \cdot 15 = 22 \cdot 30 = 660$ $44 \cdot 5 = 22 \cdot 10 = 220$

Grundwissen Mathematik: 5. Klasse – Multiplikation/Division natürlicher und ganzer Zahlen

Überschlagsrechnen

Beim **Überschlagen** geht es darum, ein „grobes“ Ergebnis zu errechnen, indem man vereinfacht mit gerundeten Zahlen rechnet. Auf diese Weise kann man zum Beispiel schnell eine Rechnung grob überprüfen, ohne genau nachrechnen zu müssen.

Bei Multiplikationen macht es nur einen geringen Unterschied, wenn man den einen Faktor etwas auf- und den anderen dafür etwas abrundet.

Beispiel: $8413 \cdot 478 \approx 8000 \cdot 500 = 4\,000\,000$ (vgl. exaktes Ergebnis: 4 021 414)

Bei Divisionen macht es wiederum nur einen kleinen Unterschied, wenn man beide Divisoren etwas auf- oder abrundet.

Beispiel: $1013 : 53 \approx 1000 : 50 = 20$ (vgl. exakteres Ergebnis: 19 R 6)

Gleichungen

Gleichungen kann man durch Rückwärtsrechnen lösen.

Beispiele:

1. $x \cdot 17 = 85$

Umkehraufgabe

$$x = 85 : 17 = 5$$

2. $x : 20 = 5$

Umkehraufgabe

$$x = 5 \cdot 20 = 100$$

3. $30 : x = 15$

Umkehraufgabe

$$x = 30 : 15 = 2$$